



Universidade do Estado do Rio de Janeiro

Centro de Tecnologia e Ciências

Instituto Politécnico

Júlio Faria da Silva Forte

**Modelagem e otimização de experimentos para o tratamento térmico de
recozimento: um estudo com o algoritmo *simulated annealing***

Nova Friburgo

2012

Júlio Faria da Silva Forte

**Modelagem e otimização de experimentos para o tratamento térmico de recozimento:
um estudo com o algoritmo *simulated annealing***



Dissertação apresentada, como requisito para obtenção do título de Mestre, ao Programa de Pós-Graduação em Ciência e Tecnologia dos Materiais, do Instituto Politécnico, da Universidade do Estado do Rio de Janeiro. Área de concentração: Física e Mecânica dos Materiais.

Orientador: Prof. Gil de Carvalho, D.Sc.

Nova Friburgo

2012

CATALOGAÇÃO NA FONTE
UERJ/REDE SIRIUS/BIBLIOTECA CTC/E

F737 Forte, Júlio Faria da Silva.
Modelagem e otimização de experimentos para o tratamento térmico de recozimento: um estudo com o algoritmo *simulated annealing* / Júlio Faria da Silva Forte. - 2012.
48 f. : il.

Orientador: Gil de Carvalho.
Dissertação (Mestrado) - Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Instituto Politécnico.

1. Aço - Tratamento térmico – Teses. 2. Simulated annealing (Matemática) – Teses. 3. Modelo matemático - Teses. I. Carvalho, Gil de. II. Universidade do Estado do Rio de Janeiro. Instituto Politécnico. III. Título.

CDU 669.14:519.863

Autorizo, apenas para fins acadêmicos e científicos, a reprodução total ou parcial desta dissertação, desde que citada a fonte.

Assinatura

Data

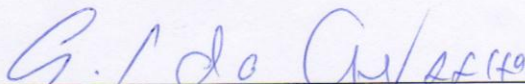
Júlio Faria da Silva Forte

**Modelagem e Otimização de Experimentos para Tratamento Térmico de Recozimento:
Um Estudo com o Algoritmo *Simulated Annealing***

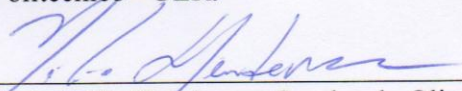
Tese apresentada como requisito parcial para obtenção do título de Mestre, ao Programa de Pós-Graduação em Ciência e Tecnologia de Materiais do Instituto Politécnico, da Universidade do Estado do Rio de Janeiro. Área de concentração: Física e Mecânica dos Materiais, Linha de Pesquisa: Propriedades Ópticas, Térmicas e Mecânicas.

Aprovada em 13 de setembro de 2012.

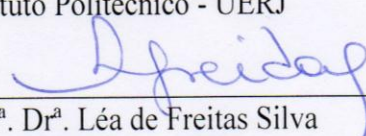
Banca examinadora:


Prof. Dr. Gil de Carvalho (Orientador)

Instituto Politécnico - UERJ


Prof. Dr. Luiz Nélio Henderson Guedes de Oliveira

Instituto Politécnico - UERJ


Profª. Drª. Léa de Freitas Silva

Faculdade de Filosofia Santa Dorotéia

Nova Friburgo

2012

DEDICATÓRIA

Aos meus pais, Januário (*In Memoriam*) e Icléa,
e às minhas irmãs Ana, Luiza e Olga.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente a Deus, por continuar a minha caminhada com a sua proteção.

Ao professor Gil de Carvalho pelo incentivo de continuar as pesquisas em planejamento de experimentos em tratamentos térmicos no mestrado, ajudando, contribuindo e motivando em todas as etapas de elaboração desta dissertação.

Ao Professor Luiz Nélio Henderson de Oliveira pelo empenho, disponibilidade e atenção indispensável na realização deste trabalho.

Ao Corpo Técnico da Indelbrom do Brasil que ajudou na parte prática desta dissertação, especialmente na usinagem, preparação das amostras e suporte de manutenção e aos operadores de fornos no controle de tratamentos térmicos das amostras e laboratório.

À Indelbrom do Brasil Ltda. que incentivou, permitiu o uso de seus fornos e laboratórios para os ensaios práticos deste trabalho.

A todos que contribuíram e colaboraram de alguma maneira nesta dissertação.

Ver aquilo que temos diante do nariz requer uma luta constante.

George Orwell, escritor.

RESUMO

FORTE, Júlio Faria da Silva. Modelagem e otimização de experimentos para o tratamento térmico de recozimento: um estudo com o algoritmo *simulated annealing*. 2012. 48 f. Dissertação (Mestrado em Ciência e Tecnologia dos Materiais) – Instituto Politécnico, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Nova Friburgo, 2012.

Esta dissertação apresenta um estudo da modelagem de experimentos aplicados a um processo industrial de tratamento térmico. A motivação deste trabalho surgiu diante das dificuldades associadas aos processos de recozimento industrial de aços do tipo baixa liga, na tentativa de encontrar temperaturas nas quais as durezas superficiais dos aços atingissem valores suficientemente baixos, adequados para etapas posteriores de fabricação, em especial a usinagem. Inicialmente foram realizados diversos experimentos com diferentes aços, onde a dureza superficial é obtida em função da temperatura de recozimento e dos teores de carbono e silício das amostras utilizadas. Em seguida propôs-se um modelo quadrático para modelar a dureza superficial como função dessas três variáveis. A estimação de parâmetros do modelo proposto foi realizada com o emprego do algoritmo *Simulated Annealing*, uma meta-heurística para otimização global que procura imitar o processo de recozimento de um material sólido. Finalmente, usando-se o modelo proposto, foi resolvido o chamado problema inverso, o qual consiste na estimação da temperatura de recozimento em função dos teores de carbono e silício e da dureza desejada.

Palavras-chave: Modelagem de experimentos. Tratamento térmico. Recozimento. Aço baixa-liga. *Simulated annealing*.

ABSTRACT

This dissertation presents a study for experiments modeling applied for a heat treatment industrial process. The driving force to this work have raised from usual difficulties while low-alloy steels annealing industrial processes get on, trying to find out temperatures which the superficial hardness measurements reaches low values enough and suitable for the following stages, in special focus, the machining. At the first time, some experiments have been done with several steel grades, where superficial hardness is achieved as a function by annealing temperature, percent carbon content and percent silicon content of the samples. There was purposed a quadratic model for modeling the hardness as a function of that three parameters. The parameter estimation of the purposed model was done by the simulated annealing algorithm, a metaheuristic for global optimization which can be as the same as annealing of a solid material. Starting at the purposed model, the inverse problem was solved, where the estimated annealing temperature was achieved by the carbon and silicon percent contents and the suitable hardness.

Keywords: Experiments modeling. Heat treatment. Annealing. Low-alloy steel. Simulated annealing.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Diagrama de Fases Fe – Fe ₃ C à Vizinhança do Ponto Eutetóide	16
Figura 2 – Fornos de Revenimento e Têmpera	23
Figura 3 – Durômetro Utilizado no Experimento	25
Figura 4 – Painéis e Forno Utilizado no Recozimento de Amostras	28
Figura 5 – Análises de Espectrometria de Emissão Ótica das Amostras 1 a 3	43
Figura 6 – Análises de Espectrometria de Emissão Ótica das Amostras 4 a 6	44
Figura 7 – Análises de Espectrometria de Emissão Ótica das Amostras 7 a 9	45
Figura 8 – Análises de Espectrometria de Emissão Ótica das Amostras 10 a 12	46
Figura 9 – Análises de Espectrometria de Emissão Ótica das Amostras 13 a 15	47
Figura 10 – Análise de Espectrometria de Emissão Ótica da Amostra 16	48

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Técnicas de Ensaio de Dureza	19
Tabela 2 – Tipos de Aço e Dimensões dos Corpos de Prova	22
Tabela 3 – Dureza das Amostras após Têmpera e Revenimento	24
Tabela 4 – Durezas Encontradas após Recozimento a 750°C	26
Tabela 5 – Durezas Encontradas após Recozimento a 720°C	26
Tabela 6 – Durezas Encontradas após Recozimento a 680°C	27
Tabela 7 – Durezas Encontradas após Recozimento a 600°C	27
Tabela 8 – Montagem de Dados e Resposta do Experimento a 600°C	29
Tabela 9 – Montagem de Dados e Resposta do Experimento a 680°C	29
Tabela 10 – Montagem de Dados e Resposta do Experimento a 720°C	30
Tabela 11 – Montagem de Dados e Resposta do Experimento a 750°C	30
Tabela 12 – Estimativas para Recozimento de Seis Aços Diferentes	38
Tabela 13 – Cálculo do Erro Percentual entre os Valores de Dureza Encontrados na Equação (21) e os Valores Medidos Apresentados nas Tabelas 8 a 11	38
Tabela 14 – Cálculo do Erro Percentual Entre os Valores de Temperatura Encontrados na Equação (22) e os Valores Determinados nas Tabelas 8 a 11	39

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
RBC	Rede Brasileira de Calibração

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	12
1 TEORIA E MÉTODOS	15
1.1 Aspectos Gerais	15
1.2 Métodos para Ensaio de Dureza	16
1.3 Sobre o Tratamento Térmico	19
2 PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL	22
2.1 Preparação dos Corpos de Prova	22
2.2 Obtenção das Amostras com Dureza Elevada para Usinagem	22
3 METODOLOGIA	29
3.1 A Matriz de Experimento	29
4 MODELAGEM DO EXPERIMENTO	31
4.1 Aspectos Gerais	31
4.2 O Modelo Proposto	32
4.3 O Problema de Estimação de Parâmetros	33
4.4 Sobre o Algoritmo <i>Simulated Annealing</i>	34
4.5 Análise dos Resultados e Simplificação do Modelo	35
4.6 O Problema Inverso	37
5 CONCLUSÕES	40
6 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	41
REFERÊNCIAS	42
APÊNDICE	43

INTRODUÇÃO

O aço, segundo Chiaverini [1], é uma liga complexa e sua definição não é simples, pois os aços comerciais não são ligas binárias, ou seja, não são apenas ligas ferro-carbono, mas possuem outros elementos químicos presentes devido ao processo de fabricação. Aqui, são consideradas as seguintes definições similares, usualmente empregadas na literatura. Assim, o material em estudo (aço) é:

■ Uma liga ferro-carbono contendo geralmente 0,008% até 2,11% de carbono, além de elementos residuais, decorrentes de seus processos de fabricação.

■ Aço-carbono ou liga ferro-carbono contendo geralmente 0,008% até cerca de 2,11% de carbono, além de elementos residuais resultantes de processos de fabricação.

■ Aço-liga ou aço-carbono que contém outros elementos de liga ou apresenta os elementos residuais em teores acima dos que são considerados normais.

Neste trabalho partimos de amostras de aços temperados e revenidos para posteriores recozimentos em quatro faixas de temperaturas. Assim, constrói-se uma matriz de experimentos, tendo como parâmetro de referência do processo (resposta) a dureza superficial.

Os corpos de prova entre 41,28 mm e 60 mm de diâmetro foram temperados e revenidos, de forma a atingir uma dureza final superficial de pelo menos 48 HRc (Rockwell “C”), considerada uma dureza elevada para uma posterior etapa de usinagem. As durezas superficiais obtidas antes e depois das etapas de recozimento foram medidas em um durômetro Officine Galileo de 150 kgf de carga. Foi utilizada uma amostra para cada tipo de aço e para cada faixa de temperatura, sendo no total 01 amostra x 04 tipos de aço x 04 temperaturas = 16 amostras no total. Os aços utilizados foram *K006* de 60,00 mm de diâmetro fornecido por **Arcelor Mittal®**; *5HS64* de 41,28 mm de diâmetro fornecido por **Aços Villares/Gerdau®**; *4340*, de 57,15 mm de diâmetro, fornecido por **Aços Villares/Gerdau®** e *K191*, de 60 mm de diâmetro, fornecido por **Arcelor Mittal®**.

Os aços apresentaram dureza inicial de aproximadamente 20 HRc (Rockwell “C”) e conferidas suas composições químicas em um espectrômetro de emissão ótica **GNR MetalLab75/80®**.

Foi obtida uma matriz de experimentos, onde a dureza superficial pode ser vista como uma função da temperatura de recozimento e dos teores de carbono e silício das amostras estudadas.

Uma vez que tais experimentos para a determinação da temperatura de recozimento, que conduz a uma dureza apropriada para os fins da indústria metalmeccânica, é um trabalho dispendioso, o qual exige longos meses de efetivação, na presente dissertação (partindo da matriz de experimentos referida acima) foi desenvolvido um modelo que descreve a dureza superficial em termos da temperatura de recozimento e dos teores de carbono e silício. Do ponto de vista matemático, o modelo considerado é uma forma quadrática definida no espaço euclidiano tridimensional. Dessa maneira, o modelo proposto apresenta 13 parâmetros: 9 escalares que constituem as entradas de uma matriz quadrada de ordem três, mais 3 escalares que representam os componentes de um vetor tridimensional e, finalmente, 1 escalar que descreve o termo independente da forma quadrática. Esses parâmetros foram estimados através da minimização de uma função de mínimos quadrados não lineares, a função erro relativo percentual, a qual mede o erro do modelo com relação aos dados experimentais para a dureza superficial. A estimação desses 13 parâmetros foi efetivada com o desenvolvimento e utilização de uma rotina computacional que emprega o algoritmo *Simulated Annealing* (SA), na forma proposta Corana *et al.* [6]. O algoritmo SA é um método desenvolvido para a otimização global de funções que podem apresentar vários minimizadores locais, como comumente ocorre em problemas de estimação de parâmetros. Diferente de muitos algoritmos empregados em otimização, o algoritmo SA não foi desenvolvido a partir de fundamentos da análise matemática. De fato, coincidentemente o SA é uma meta-heurística para a otimização que procura imitar o processo de têmpera de matérias sólidos, semelhante ao processo recozimento considerado no presente trabalho. Apesar dessa semelhança, é bom enfatizar que o algoritmo SA usado aqui é apenas um método numérico para a estimação dos parâmetros do modelo proposto para a dureza superficial do aço, não sendo nem pretendendo ser, em nenhum momento, um algoritmo para simular o processo de recozimento do aço estudado experimentalmente neste trabalho.

Usando o modelo quadrático proposto aqui, com os parâmetros estimados com a ajuda do algoritmo SA, foi formulado e resolvido o chamado de problema inverso. Dados os teores de carbono e silício de uma amostra de aço, tal problema consiste em calcular (de forma pelo menos aproximada) a temperatura de recozimento apropriada para se obter uma dureza superficial previamente fixada.

Assim, espera-se que a temperatura calculada, pelo modelo proposto nesta dissertação, possa servir de base para iniciar nossos experimentos de recozimento do aço para fins industriais, economizando, dessa forma, tempo e recursos financeiros empregados na indústria metalmeccânica.

.

1 TEORIA E MÉTODOS

1.1 Aspectos Gerais

Para os processos de tratamentos térmicos, foram considerados os fundamentos teóricos descritos em Chiaverini [1] e Callister Jr [2].

Segundo Callister Jr. [2], o termo recozimento é usado quando um material é exposto a uma temperatura elevada durante um período de tempo prolongado e então resfriado lentamente. O recozimento é utilizado para obter alívio de tensões, reduzir a resistência e aumentar a ductilidade e tenacidade e/ou produzir uma microestrutura específica. Há diversos tipos de recozimentos, caracterizados por mudanças induzidas no material, muitas microestruturais e responsáveis pela alteração de propriedades mecânicas.

O processo de recozimento requer três estágios, (1) aquecer até a temperatura desejada, (2) manutenção àquela temperatura e (3) resfriamento, geralmente até a temperatura ambiente. O tempo é um fator determinante no recozimento. Durante o aquecimento e o resfriamento, existem gradientes de temperatura entre o núcleo e a superfície da peça, que dependem do tamanho e geometria dela. Assim, se a taxa de variação da temperatura for muito elevada, podem surgir significativos gradientes de temperatura e tensões internas que podem levar ao empenamento ou mesmo à formação de trincas no material. Portanto, o tempo de recozimento deve ser longo o suficiente para permitir que ocorram quaisquer reações de transformação que sejam necessárias. Outro fator importante é a temperatura de recozimento, pois o recozimento pode ser acelerado pelo aumento de temperatura, lembrando que nesta etapa estão envolvidos processos de difusão.

A Figura 1 abaixo mostra o diagrama de fases Fe – Fe₃C nas imediações do ponto eutetóide. A linha horizontal no ponto eutetóide, por convenção, A₁, denomina-se temperatura crítica inferior. Abaixo desta linha, toda austenita, sob equilíbrio, transforma-se em ferrita e cementita. As linhas identificadas como A₃ e A_{cm} representam as temperaturas críticas superiores respectivas para os aços hipoeutetóides e hipereutetóides. Neste trabalho, foram utilizados aços de baixo carbono, com teores máximos de carbono inferiores a 0,50% (hipoeutetóides).

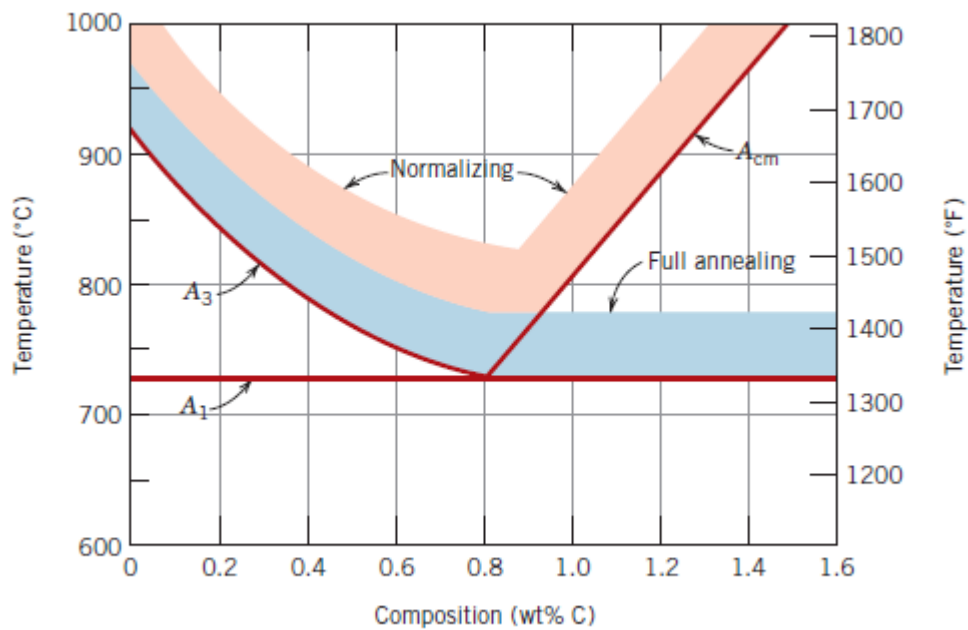


Figura 1 - Diagrama de fases Fe – Fe₃C na vizinhança do ponto eutetóide, indicando as faixas de temperaturas para os tratamentos térmicos de aços-carbonos comuns. Fonte: Callister Jr. [2], 2007.

Segundo Callister Jr. [2], a maioria das reações no estado sólido não ocorre instantaneamente porque alguns obstáculos impedem o andamento da reação, tornando-a dependente do tempo. Rearranjos atômicos via difusão são necessários para a formação de uma nova fase. Outro mecanismo que impede tal andamento é o aumento da energia livre associado aos contornos de fase, criados entre a fase matriz e o produto. A dependência da taxa em relação ao tempo (cinética de uma transformação) é um fator importante, especialmente durante o tratamento térmico de materiais. A fração da reação que ocorreu é medida como uma função do tempo, enquanto a temperatura é mantida constante. O avanço da transformação tanto é medido por exame microscópico como através de uma propriedade física, tal como a condutividade elétrica.

1.2 Métodos para Ensaios de Dureza

Segundo Garcia [3], o ensaio de dureza consiste na impressão de uma pequena marca feita na superfície da peça pela aplicação de pressão com uma ponta de penetração. A medida

da dureza superficial é dada como função das características da marca da impressão e da carga aplicada em cada tipo de ensaio de dureza realizado. Segundo Callister [2], os ensaios de dureza são mais frequentemente realizados do que qualquer outro ensaio por diversas razões, a seguir:

- 1 – por serem simples e pouco dispendiosos, pois, nenhum corpo de prova precisa estar preparado e o equipamento de ensaio é relativamente barato.
- 2 – o ensaio é não-destrutivo, o corpo de prova não é fraturado nem excessivamente deformado: uma pequena impressão é a única deformação.
- 3 – outras propriedades mecânicas podem ser estimadas com frequência a partir dos dados de dureza, tal como o limite de resistência à tração.

A dureza é uma propriedade mecânica que se conceitua pela resistência de um material, quando pressionado por outro material, ou por marcadores padronizados, apresenta risco ou formação de uma marca permanente. Segundo Garcia [1], os métodos aplicados em engenharia usam penetradores com formato padronizado, os quais são pressionados na superfície do material sob certas condições de precarga e/ou carga, causando deformações elástica e plástica. A área da marca superficial formada ou sua profundidade são obtidas e relacionadas a valores correspondentes à dureza do material. Esta correlação é proveniente da tensão que o penetrador necessita para vencer a resistência da superfície da amostra.

A dureza de um material depende diretamente das forças de ligação entre átomos, íons ou moléculas, do escorregamento dos planos atômicos e da resistência mecânica.

Garcia [3] cita três métodos para determinação de dureza: risco, rebote e penetração.

Neste trabalho, foi utilizado o método de medição de dureza por penetração, em especial a dureza Rockwell, já que representa um método de obtenção de resultados imediatos e exatos, a partir da profundidade (e não através da área) da impressão, causada por um penetrador que atua em uma carga aplicada em dois estágios (precarga e carga suplementar).

Segundo Callister [2], os testes Rockwell são o método mais comum usado para medir dureza porque são fáceis de fazer e não requerem nenhuma habilidade especial do operador. Várias escalas diferentes podem ser usadas a partir de possíveis combinações de vários penetradores e diferentes cargas, permitindo o teste de praticamente todos os metais e ligas, desde o mais duro até o mais macio.

Penetradores incluem esferas de aço endurecidas com diâmetros de 1/16, 1/8, 1/4 e 0,5 polegadas (1,588 mm, 3,175 mm, 6,350 mm e 12,70 mm) e um penetrador cônico de diamante, que é usado para os materiais mais duros. Com este sistema, a dureza quantitativa é determinada pela diferença na profundidade de penetração resultante da aplicação de uma

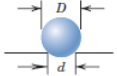
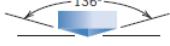
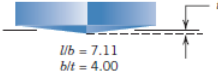
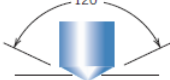
precarga inicial menor seguida por uma carga maior. A utilização de uma precarga melhora a precisão do teste. Com base na magnitude das cargas, tanto maior quanto menor, existem dois tipos de testes: Rockwell e Rockwell superficial. Para Rockwell, a carga menor é 10 kg, enquanto que as cargas maiores são 60, 100 e 150 kg. Cada escala é representada por uma letra do alfabeto; várias estão listadas com o penetrador correspondente e carga na tabela 1 abaixo. Para testes superficiais, 3 kg é a carga menor; 15, 30 e 45 kg são os possíveis valores da carga maior. Estas escalas são identificadas por 15, 30 ou 45 (de acordo com a carga), seguidos por N, T, W, X ou Y, dependendo do penetrador. Testes superficiais são frequentemente realizados sobre amostras finas. A tabela 1 apresenta várias escalas superficiais.

Quando se estiver especificando durezas Rockwell e superficial, devem ser indicados tanto o número de dureza quanto o símbolo da escala. A escala é designada pelo símbolo HR seguido pela apropriada identificação da escala. Por exemplo, 80 HRB representa uma dureza Rockwell de 80 na escala B, e 60 HR30W indica uma dureza superficial de 60 na escala 30W. Para cada caso, durezas podem variar até 130; entretanto, à medida que os valores de dureza sobem acima de 100 ou caem abaixo de 20 em qualquer escala, elas se tornam menos precisas e, porque as escalas têm alguma superposição, numa tal situação é melhor utilizar a próxima escala mais dura ou mais mole.

Podem também resultar imprecisões se a amostra de teste for demasiado fina, se uma impressão for feita excessivamente próxima de uma aresta da amostra ou se duas impressões forem feitas muito próximas entre si. A espessura de amostra deveria ser pelo menos dez vezes a profundidade da penetração, enquanto que se deveria deixar pelo menos três diâmetros de impressão entre uma impressão e a aresta da amostra, ou o centro de uma segunda impressão. Além disso, amostras de teste empilhadas uma sobre o topo de outra não é recomendado. Também, a precisão é dependente da impressão a ser feita numa superfície plana e lisa ou não.

O durômetro moderno para realizar as medições de dureza Rockwell é automatizado e muito simples para usar; a dureza é lida diretamente e cada medição requer apenas uns poucos segundos. Este aparelho também permite uma variação do tempo de aplicação da carga. Esta variável deve ser também considerada na interpretação dos dados de dureza.

Tabela 1 - Técnicas de ensaio de dureza.

Test	Indenter	Shape of Indentation		Load	Formula for Hardness Number ^a
		Side View	Top View		
Brinell	10-mm sphere of steel or tungsten carbide			P	$HB = \frac{2P}{\pi D [D - \sqrt{D^2 - d^2}]}$
Vickers microhardness	Diamond pyramid			P	$HV = 1.854P/d_1^2$
Knoop microhardness	Diamond pyramid			P	$HK = 14.2P/l^2$
Rockwell and Superficial Rockwell	{ Diamond cone; $\frac{1}{16}, \frac{1}{8}, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}$ in. diameter steel spheres	 	 	60 kg 100 kg 150 kg } Rockwell 15 kg 30 kg 45 kg } Superficial Rockwell	

Fonte: Callister Jr. [2], 2007.

1.3 Sobre o Tratamento Térmico

Segundo Pimenta *et al* [9], com o desenvolvimento de novas tecnologias, a indústria metalmeccânica tem exigido a aplicação de peças com propriedades e requisitos mais específicos e direcionados. Objetiva-se tornar tais peças aptas a suportar adequadamente diferentes condições de serviço para os quais foram projetadas. Os requisitos são ligados à ausência de tensões internas (indesejáveis) e propriedades mecânicas compatíveis com as cargas previstas. Segundo Spin [4], as condições desejadas das ligas metálicas nem sempre são atendidas pelo processo de produção. Efetivamente, as tensões que surgem nos processos de fundição, conformação mecânica e até mesmo na usinagem, criam sérios problemas de distorções e empenamentos. As estruturas resultantes acabam não sendo as mais adequadas, afetando negativamente as propriedades mecânicas dos materiais. Por essa razão, as peças metálicas devem ser submetidas a tratamentos que minimizem ou eliminem tais inconvenientes.

Segundo Spin [4], a viabilidade do tratamento térmico dos metais deve-se, principalmente, a dois fenômenos:

(1) Recristalização do metal: cristais deformados plasticamente (encruados) apresentam maior energia que cristais não-deformados, pois aqueles são repletos de discordâncias e outras imperfeições acentuadas pela deformação plástica. Se os cristais

deformados forem submetidos a temperaturas elevadas, então eles serão reacomodados de forma ordenada e não-deformada. A reordenação deve-se ao redimensionamento dos contornos de grão na estrutura sólida. A recristalização é empregada particularmente para reduzir o tamanho de grão sem a necessidade de fusão do material. Algumas ligas metálicas recristalizam-se à temperatura ambiente e outras não necessitam de encruamento para recristalizar.

(2) Modificação de Fases: Na maioria das ligas metálicas, observa-se, durante um resfriamento com taxas inferiores a 10^1 K.s^{-1} , desde o metal líquido até a temperatura ambiente, a formação de diferentes fases que existem sob forma estável sob certas faixas de temperatura. Nas ligas binárias, estas diferentes fases são formadas ao longo de um resfriamento, devido à variação da solubilidade de um elemento químico em outro, em função da temperatura.

Há uma grande variedade de tratamentos térmicos, que pode ser dividida em dois grupos: (i) tratamentos para aumentar a dureza do material e (ii) tratamentos para diminuir a dureza do material e/ou aliviar as tensões internas.

Para os tratamentos térmicos de aços e ligas especiais, existe uma ampla faixa de temperatura empregada nos processos industriais, desde o tratamento subzero ($T \leq 0^\circ\text{C}$) para estabilização da austenita até a austenitização dos aços rápidos ($T = 1280^\circ\text{C}$).

São empregadas diversas faixas de resfriamento para a obtenção da microestrutura desejada. De acordo com Spin [4], podemos resumir os objetivos dos tratamentos térmicos da seguinte forma:

- 1 – Remoção de tensões internas, resultantes de resfriamentos não-uniformes, trabalhos mecânicos e outros.
- 2 – Aumento ou diminuição da dureza superficial.
- 3 – Aumento da resistência mecânica.
- 4 – Melhora da ductilidade.
- 5 – Melhora da usinabilidade.
- 6 – Melhora da resistência ao desgaste.
- 7 – Melhora da facilidade de corte.
- 8 – Melhora da resistência à corrosão.
- 9 – Melhora da resistência ao calor.
- 10 – Modificação das propriedades elétricas e magnéticas.

Os materiais metálicos mais usualmente submetidos a tratamentos térmicos são as ligas ferro-carbono, em especial os aços. Muitas ligas e metais não-ferrosos podem sofrer tratamento térmico, embora, nestes casos, este seja mais simples.

De um modo geral, consegue-se a melhoria de uma ou mais propriedades obtidas com um tratamento térmico mediante prejuízo de outras. Por exemplo, quando se aumenta a resistência mecânica e a dureza dos aços, diminui-se a sua ductilidade. As distorções apresentadas devem ser levadas ao mínimo, aplicando-se o tratamento térmico adequado. Os tratamentos térmicos comuns, que correspondem a ciclos de aquecimento e resfriamento, modificam apenas a estrutura dos metais, não interferindo sobre sua composição química. Entretanto, existem tratamentos térmicos que promovem a modificação parcial e superficial da composição química dos metais – em especial os aços – e simultaneamente modificações estruturais podem ocorrer. Esses tratamentos são chamados de termoquímicos.

No entanto, os fatores mais relevantes que influenciam os tratamentos térmicos são o aquecimento, o tempo de permanência à temperatura e o ambiente de aquecimento e resfriamento.

Vemos aqui, a formação de estruturas de solidificação para os aços hipoeutetóides (com teor de carbono inferior a 0,77%C), segundo Spin [4].

Na região peritética, para teores de carbono menores que 0,09%, ocorre a solidificação dos primeiros cristais de estrutura CCC (δ) abaixo de 1538°C, que se transformarão em CFC até 1394°C. Essa região pode ser suprimida neste conceito a seguir; ao se resfriar uma liga com %C inferiores a 0,77%, surgirão núcleos que crescerão na forma de dendritas na forma CFC, conhecida por ferro (γ) ou austenita. Esta estrutura manter-se-á dominante até a solidificação completa do material, estável até a transformação ferro (γ) em ferro (α). Abaixo dessa temperatura, o carbono dissolvido pela austenita iniciará uma difusão das bordas ao centro dos grãos. Ao longo do resfriamento, os núcleos dos grãos de austenita se enriquecerão de soluto (carbono) até atingir o valor de 0,77%C (eutetóide) a 727°C. Abaixo dessa temperatura, a austenita não é mais estável, decompondo-se em cementita (Fe_3C) e ferrita (ferro (α)), formando a estrutura conhecida como perlita. Assim, a estrutura final observada em um aço hipoeutetóide será de núcleos de perlita envoltos por uma estrutura ferrítica.

2 PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

2.1 Preparação dos Corpos de Prova

Foram escolhidas as amostras de aço descritas na seguinte tabela:

Tabela 2 - Tipos de Aço e Dimensões Empregados nos Corpos de Prova.

Tipo de Aço	Diâmetro	Altura	Amostras	Fabricante
4340	57,15mm	40mm	1 a 4	<i>Gerdau</i> [®]
K191	58,00 mm	40mm	5 a 8	<i>Arcelor Mittal</i> [®]
K006	60,00 mm	40mm	9 a 12	<i>Arcelor Mittal</i> [®]
5HS64	41,28 mm	65mm	13 a 16	<i>Gerdau</i> [®]

Fonte: O autor, 2012.

Tais amostras foram cortadas com uma serra *FRANHO*[®] SF 250AC preferencialmente na região interna das barras (distantes das extremidades), de forma a evitar regiões de não-conformidade do material geradas durante o processo de laminação. A medição de dureza superficial foi realizada sobre peças planas e lixadas. Na operação de faceamento (torneamento) foi utilizado o torno convencional *NARDINI*[®] NDT650, e na operação de lixamento foi usada uma lixadeira de cinta com grão 60 e motor trifásico de 1120 Watts (1,5 HP). Além de serem identificadas com uma caneta com tinta resistente a altas temperaturas, as peças também foram marcadas por uma gravadora matricial *Tecno Mark*[®] Mult 4, com a numeração (1 a 16) e o tipo de aço, para não deixarem de ser identificadas após a etapa de jateamento com granalha de aço.

2.2 Obtenção de Amostras com Dureza Elevada para Usinagem

As amostras foram aquecidas e mantidas a 860°C durante 1 hora em forno *SSDR*[®] 800x1300mm tipo poço com atmosfera de 0,70% de carbono e temperadas em óleo, aproveitando o tratamento de outra carga de material industrial, de forma a não desperdiçar energia elétrica nem outros insumos de produção exclusivamente para este experimento. Os termopares tipo K e KK têm certificados de calibração RBC a 860 e 920°C. Após a etapa de

lavagem e remoção do óleo em meio alcalino a 90°C, as peças foram revenidas em um forno SSDR[®] 800x1300mm tipo poço a 360°C durante quatro horas (para melhor homogeneizar a carga grande), com termopares tipo K certificados a 860 e 920°C.



Figura 2 - Fornos de Revenimento (1º Plano) e Têmpera (2º Plano) para Temperar e Revenir as Amostras. Fonte: O autor, 2012.

O espectrômetro de emissão ótica foi utilizado para confirmar a conformidade da composição química das amostras, evitando-se assim surpresas após os tratamentos térmicos aplicados. Este aparelho, cujo modelo Metalab 75/80 de marca GNR[®], Itália, foi devidamente calibrado e testado por padrões primários certificados. As peças foram jateadas em um jato *Turbojato*[®] (com esteira de borracha) com granalhas de aço temperado para *shot peening*. Novamente as peças foram lixadas com lixa de grão 60 para prepará-las para o ensaio de dureza. Esta medição de dureza deve-se para confirmar e assegurar que as peças apresentam dureza superficial maior do que podem apresentar para uma etapa de usinagem posterior (pela prática, esta dureza superficial deve ser menor que 20 HRC), o que justifica a etapa de tratamento térmico de recozimento, o ponto de partida do estudo deste trabalho. Os resultados são mostrados na Tabela 3, abaixo.

Tabela 3 – Dureza das Amostras Após Têmpera e Revenimento.

Nº Amostra	Tipo do Aço	Dureza 1 (HRC)	Dureza 2 (HRC)	Dureza 3 (HRC)	Média (HRC)
1	4340	49,0	49,0	48,5	48,8
2	4340	49,5	49,0	49,0	49,2
3	4340	49,0	49,0	49,0	49,0
4	4340	49,0	49,5	49,0	49,2
5	K191	49,0	49,5	49,5	49,3
6	K191	49,0	49,0	49,0	49,0
7	K191	49,0	49,5	49,0	49,2
8	K191	49,0	49,0	49,5	49,2
9	K006	53,5	54,0	53,0	53,5
10	K006	53,0	53,5	54,0	53,5
11	K006	53,0	53,5	54,0	53,5
12	K006	53,0	53,5	53,0	53,2
13	5HS64	48,0	48,0	48,0	48,0
14	5HS64	47,5	47,5	48,0	47,7
15	5HS64	47,5	48,0	48,0	47,8
16	5HS64	48,0	48,0	48,0	48,0

Fonte: O autor, 2012.

O durômetro utilizado foi *Officine Galileo*[®], Nº 133679, Itália, com carga de 150 kg em escala *Rockwell C*, com penetrador cônico *Wilson Bralé*[®] de 120°, obedecendo à norma ABNT ISO 6508-1:2008, devidamente calibrado e testado por padrões certificados.



Figura 3 - Durômetro Utilizado no Experimento. Fonte: O autor, 2012.

Como mostrado nas tabelas abaixo, as amostras foram submetidas a recozimentos com diferentes temperaturas, juntamente com outras cargas de produção na indústria. Para isso, foi utilizado um forno de recozimento SSDR[®] de 750 x 900 mm tipo poço com termopares K com certificados de calibração RBC a 860 e 920°C.

Amostras 04, 08, 12 e 16: recozimento a 750°C por 8 horas;

Amostras 03, 07, 11 e 15: recozimento a 720°C por 8 horas;

Amostras 02, 06, 10 e 14: recozimento a 680°C por 8 horas;

Amostras 01, 05, 09 e 13: recozimento a 600°C por 8 horas.

Tabela 4 - Durezas encontradas após recozimento a 750°C.

Amostra	Aço	D1	D2	D3	Média (HRc)
1	4340				
2	4340				
3	4340				
4	4340	14,0	14,0	14,0	14,0
5	K191				
6	K191				
7	K191				
8	K191	16,0	15,0	15,0	15,3
9	K006				
10	K006				
11	K006				
12	K006	19,0	19,5	18,5	19,0
13	5HS64				
14	5HS64				
15	5HS64				
16	5HS64	24,5	24,0	24,0	24,2

Fonte: O autor, 2012.

Tabela 5 - Durezas encontradas após recozimento a 720°C.

Amostra	Aço	Di	D2	D3	Média (HRc)
1	4340				
2	4340				
3	4340	15,0	15,0	14,5	14,8
4	4340				
5	K191				
6	K191				
7	K191	13,5	14,0	13,5	13,7
8	K191				
9	K006				
10	K006				
11	K006	14,5	14,0	14,0	14,2
12	K006				
13	5HS64				
14	5HS64				
15	5HS64	24,0	23,5	23,5	23,7
16	5HS64				

Fonte: O autor, 2012.

Tabela 6 - Durezas encontradas após recozimento a 680°C.

Amostra	Aço	Di	D2	D3	Média (HRc)
1	4340				
2	4340	21,0	21,5	20,5	21,0
3	4340				
4	4340				
5	K191				
6	K191	23,0	22,0	22,5	22,5
7	K191				
8	K191				
9	K006				
10	K006	27,0	27,5	28,0	27,5
11	K006				
12	K006				
13	5HS64				
14	5HS64	23,5	22,0	23,0	23,5
15	5HS64				
16	5HS64				

Fonte: O autor, 2012.

Tabela 7 - Durezas encontradas após recozimento a 600°C.

Amostra	Aço	Di	D2	D3	Média (HRc)
1	4340	32,0	32,5	33,0	32,5
2	4340				
3	4340				
4	4340				
5	K191	37,0	38,0	37,0	37,3
6	K191				
7	K191				
8	K191				
9	K006	45,0	45,5	45,0	45,2
10	K006				
11	K006				
12	K006				
13	5HS64	31,0	32,0	31,5	31,5
14	5HS64				
15	5HS64				
16	5HS64				

Fonte: O autor, 2012.



Figura 4 - Painéis de Controle e Forno Utilizado no Recozimento das Amostras. Fonte: O autor, 2012.

3 METODOLOGIA

3.1 A Matriz do Experimento

Nesta seção são resumidos os dados obtidos nos experimentos realizados no presente trabalho. Assim, para facilitar o entendimento, as quatro tabelas abaixo constituem a chamada matriz de experimento, onde se descreve a dureza superficial como função da temperatura de recozimento (T) e do teor de carbono (%C) e do teor de silício (%Si) para cada amostra, somando-se um total de 16 pontos experimentais de dureza como função de diferentes valores de %C, %Si e T. A razão para a escolha dos elementos químicos C e Si é simples: segundo Chiaverini [1], o aço é uma liga Fe-C com teores entre 0,08% e 2,11% de C e o ferro fundido é uma liga ternária Fe-C-Si, com teores entre 2,11 e 6,67% de C e teores superiores a 2,0% de Si. Por conseguinte, o silício, em teores significativos, forma um carbetto que endurece o aço (no caso, o aço com recozimento mais crítico tem composição química aproximada de 1,50% Si). Os valores de %C e %Si foram obtidos pela média das medidas das amostras no espectrômetro de emissão ótica (ver apêndice).

Tabela 8 - Montagem dos Dados e Resposta do Experimento a 600°C.

AÇO	%C	%Si	T (°C)	Dureza (HRc)
4340	0,40	0,25	600	32,5
K191	0,25	1,50	600	37,3
K006	0,48	0,25	600	45,2
5HS64	0,25	0,27	600	31,5

Fonte: O autor, 2012.

Tabela 9 - Montagem dos Dados e Resposta do Experimento a 680°C.

AÇO	%C	%Si	T (°C)	Dureza (HRc)
4340	0,40	0,25	680	21,0
K191	0,25	1,50	680	22,5
K006	0,48	0,25	680	27,5
5HS64	0,25	0,27	680	23,5

Fonte: O autor, 2012.

Tabela 10 - Montagem dos Dados e Resposta do Experimento a 720°C.

AÇO	%C	%Si	T (°C)	Dureza (HRc)
4340	0,40	0,25	720	14,8
K191	0,25	1,50	720	13,7
K006	0,48	0,25	720	14,2
5HS64	0,25	0,27	720	23,7

Fonte: O autor, 2012.

Tabela 11 - Montagem dos Dados e Resposta do Experimento a 750°C.

AÇO	%C	%Si	T (°C)	Dureza (HRc)
4340	0,40	0,25	750	14,0
K191	0,25	1,50	750	15,3
K006	0,48	0,25	750	19,0
5HS64	0,25	0,27	750	24,2

Fonte: O autor, 2012.

4 MODELAGEM DO EXPERIMENTO

4.1 Aspectos Gerais

Um modelo que correlacione dados experimentais, mesmo que de forma aproximada, é sem dúvida uma ferramenta relevante não apenas para a ciência, mas também para as áreas tecnológicas e industriais. Assim, a obtenção e ajuste de um modelo teórico são etapas do trabalho de um pesquisador que desenvolve experimentos.

Não existe uma metodologia absolutamente precisa para se propor um modelo matemático para novos dados obtidos em laboratório. No entanto, selecionando-se um modelo, existem teorias bem desenvolvidas para a estimação dos seus parâmetros e o consequente cálculo do erro relativo aos dados experimentais.

No presente trabalho, considerou-se um modelo quadrático (uma forma quadrática em três variáveis) para a dureza superficial do aço, como função do teor de carbono, do teor de silício e da temperatura de recozimento. Os parâmetros do modelo foram estimados através da otimização de uma função de mínimos quadráticos não lineares, a qual representa essencialmente o percentual de erro relativo do modelo, com relação aos dados experimentais descritos no Capítulo 3. O algoritmo *Simulated Annealing* (SA), na versão formulada por Corana *et al.* [6], é um método estocástico de otimização global, que pode ser classificado como uma meta-heurística. Isso significa que o algoritmo SA não foi formulado a partir da teoria matemática disponível para a criação de métodos de otimização, que permeia uma ampla classe de métodos da chamada programação matemática não linear. Ao contrário, o algoritmo SA pertence a uma nova classe de métodos de otimização que vem se firmando nas últimas décadas, onde os algoritmos procuram imitar processos naturais ou tecnológicos, com fundamentos físicos, químicos ou biológicos. Em particular, a heurística por detrás do SA se baseia no recozimento de materiais sólidos, semelhante ao processo de recozimento do aço (seguido de resfriamento lento), o qual foi efetivamente tratado experimentalmente aqui. A utilização do SA neste trabalho foi motivada por vários aspectos práticos: (i) é fácil de implementar, (ii) é um algoritmo de busca direta, ou seja, só utiliza os valores da função objetiva calculados em pontos do domínio factível, não necessita do cálculo do vetor gradiente nem da matriz Hessiana dessa função, (iii) é um método iterativo cuja convergência

não está atrelada à localização de dados iniciais e (iv) é um método de otimização global, ou seja, dá preferência à obtenção de minimizadores globais.

4.2 O Modelo Proposto

No que segue, para facilitar a representação do modelo, o teor de carbono no aço (percentual em peso de C) será denotado por x_1 , o teor de silício (percentual em peso de Si) será representado por x_2 e, finalmente, a temperatura (T) de recozimento (medida em Celsius) será denotada por x_3 . Esses três parâmetros são as variáveis do modelo, as quais serão resumidas em um vetor coluna $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^3$, dado por

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}. \quad (1)$$

A dureza superficial do aço será representada por D , uma função real das três variáveis reais referidas acima, ou seja,

$$D(\mathbf{x}) = D(x_1, x_2, x_3). \quad (2)$$

Considera-se que os dados mostrados na matriz de experimentos (veja Capítulo 4) podem ser modelados por uma forma quadrática $D: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$, dada por:

$$D(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^T \mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{b}^T \mathbf{x} + c. \quad (3)$$

Na Eq.(3) se destacam três grandezas: uma matriz quadrada $\mathbf{A}$ de dimensão três, um vetor tridimensional $\mathbf{b}$ e um escalar c . Nota-se que nesta equação “T” denota o símbolo usual de transposição de matrizes, onde a variável $\mathbf{x}$ é tratada como uma matriz coluna de dimensão três por um. Assim, pode-se escrever:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} & a_{31} \\ a_{21} & a_{22} & a_{32} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}, \quad (4)$$

$$\mathbf{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}. \quad (5)$$

Os escalares que aparecem nas Eqs. (4) e (5), juntamente com o termo c da Eq. (3), somam um total de 13 parâmetros escalares. Este fato permite afirmar que o modelo proposto no presente trabalho é uma forma quadrática com 13 parâmetros reais.

4.3 O Problema de Estimação de Parâmetros

Para realizar a estimação dos parâmetros do modelo quadrático proposto na seção anterior, considera-se aqui um problema de otimização global, cuja função objetiva descreve essencialmente o percentual do erro relativo do modelo, tomado com relação aos dados experimentais apresentados no Capítulo 4.

Para tal, seja n o número de pontos medidos (de acordo com a matriz de experimentos tem-se $n = 16$), os quais serão descritos pela seguinte sequência de vetores tridimensionais $\{\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_n\}$. Aqui, cada vetor $\mathbf{x}_i$ carrega consigo três valores medidos, a saber: o percentual em peso do carbono (primeiro componente de $\mathbf{x}_i$, denotado por x_{i1}), o percentual em peso do silício (segundo componente de $\mathbf{x}_i$, denotado por x_{i2}) e finalmente o terceiro componente do vetor $\mathbf{x}_i$, denotado por x_{i3} , representando a temperatura experimental de recozimento do aço cujos percentuais de carbono e silício são, respectivamente, x_{i1} e x_{i2} . Para cada ponto $\mathbf{x}_i$, a matriz de experimentos indica um valor de dureza experimental, o qual será denotado por D_i^{Exp} . Usando-se o modelo quadrático descrito na Eq. (3), o valor teórico para a dureza, avaliado no ponto experimental $\mathbf{x}_i$, será represento por D_i^{Teor} , ou seja,

$$D_i^{Teor} = \mathbf{x}_i^T \mathbf{A} \mathbf{x}_i + \mathbf{b}^T \mathbf{x}_i + c. \quad (6)$$

Considera-se $ERRO\%(\mathbf{A}, \mathbf{b}, c)$ como sendo o erro percentual do modelo, com relação aos dados experimentais de dureza, uma função dos parâmetros $\mathbf{A}$, $\mathbf{b}$ e c , dada por

$$ERRO\%(\mathbf{A}, \mathbf{b}, c) = \frac{100}{N} \sum_{i=1}^N \left(\frac{D_i^{Teor} - D_i^{Exp}}{D_i^{Exp}} \right)^2. \quad (7)$$

O problema de estimação de parâmetro consiste em encontrar $\mathbf{A}^*$, $\mathbf{b}^*$ e c^* que minimizam a função $ERRO\%$, ou seja, consiste em resolver o seguinte problema de otimização:

$$\begin{cases} \text{Dados } \mathbf{x}_i \text{ e } D_i^{Exp}; \forall i = 1, \dots, n, \\ \text{encontrar, } \mathbf{A}^* \in \mathbb{R}^{3 \times 3}, \mathbf{b}^* \in \mathbb{R}^3 \text{ e } c \in \mathbb{R} \text{ a fim de} \\ \text{minimizar } ERRO\%(\mathbf{A}, \mathbf{b}, c) = \frac{100}{N} \sum_{i=1}^N \left(\frac{D_i^{Teor} - D_i^{Exp}}{D_i^{Exp}} \right)^2 \end{cases} \quad (8)$$

Se $(\mathbf{A}^*, \mathbf{b}^*, c^*)$ é um minimizador global do problema de otimização descrito em (8), então o erro percentual que ocorre ao se aproximar os dados experimentais de dureza pela forma quadrática mostrada na Eq. (3) é determinado pelo seguinte valor numérico:

$$ERRO\% = ERRO\%(\mathbf{A}^*, \mathbf{b}^*, c^*). \quad (9)$$

Como observado antes, o problema descrito em (8) possui 13 parâmetros escalares, as 9 entradas da matriz $\mathbf{A}$, os 3 componentes do vetor $\mathbf{b}$ e mais o escalar c , o termo independente da forma quadrática. Assim, para facilitar a notação do problema de otimização, tais parâmetros serão resumidos em um vetor $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^{13}$ dado por

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_{13} \end{bmatrix} \quad (10)$$

Com essa notação, o problema de estimação de parâmetros pode ser reescrito na seguinte forma, mais apropriada para implementação:

$$\begin{cases} \text{Dados } \mathbf{x}_i \text{ e } D_i^{EXP}; \forall i = 1, \dots, n, \\ \text{encontrar } \mathbf{y} \in \mathbb{R}^{13} \text{ a fim de} \\ \text{minimizar } ERRO\%(\mathbf{y}) = \frac{100}{N} \sum_{i=1}^N \left(\frac{D_i^{Teor} - D_i^{Exp}}{D_i^{Exp}} \right)^2 \end{cases} \quad (11)$$

4.4 Sobre o Algoritmo *Simulated Annealing*

O algoritmo SA de Corana et al. [6], usado aqui, está adaptado para resolver problemas de minimização de funções não lineares restritas a domínios retangulares multidimensionais, como segue:

$$\begin{cases} \text{Encontrar } \mathbf{y} \in \mathbb{R}^N, \text{ a fim de} \\ \text{minimizar } f = f(\mathbf{y}) \\ \text{sujeita às restrições: } \alpha_i \leq y_i \leq \beta_i, \forall i = 1, \dots, N \end{cases} \quad (12)$$

O algoritmo SA é um método de otimização fundamentado em uma abordagem que faz analogia com o recozimento de materiais sólidos, onde diferentes estados do material (diferentes estruturas cristalinas) correspondem às diferentes soluções locais do problema de otimização. A estrutura mais ordenada está associada ao estado de mais baixa energia do sistema, correspondendo à solução global do problema mostrado em (12). Nesta heurística, a função objetivo (f) é vista como a energia do sistema, a qual varia durante o processo. Assim, dado um domínio retangular $\Omega = [\alpha_1, \beta_1] \times [\alpha_2, \beta_2] \times \dots \times [\alpha_N, \beta_N]$ em $\mathbb{R}^N$, o *Simulated Annealing* procura minimizar a energia f sobre o conjunto factível Ω , procurando pontos que representam estados de energia onde o sistema possui a melhor estrutura cristalina. Geralmente o algoritmo SA escapa dos primeiros minimizadores locais encontrados, dando preferência aos minimizadores globais. Para isso, esse algoritmo inicialmente aceita

movimentos que podem encaminhar o processo de busca para vizinhanças de pontos que aumentam a energia (f) do sistema. Gerado um novo valor na vizinhança do ponto corrente, a etapa de aceitação, ou rejeição, é determinada usando-se uma distribuição de probabilidade comumente denominada de condição de Metrópolis. Dessa maneira, um crescimento δ de f é normalmente mensurado por uma função exponencial $\exp(-\delta/\theta)$, onde θ é um parâmetro de controle, o qual na heurística de otimização simula a temperatura de resfriamento do “annealing” físico, sendo sucessivamente decrescida durante o processo. Para altos valores de θ , vários movimentos ascendentes são aceitos, mas quando $\theta \rightarrow 0$ tais movimentos são rejeitados. Para isso, o fator de probabilidade $\exp(-\delta/\theta)$ é sucessivamente comparado com um sequência de números aleatórios gerados entre 0 e 1.

A forma básica do algoritmo SA tem dois laços. No laço externo o parâmetro de controle θ é reduzido por um fator positivo menor do que a unidade, denominado de taxa de redução da temperatura. Por outro lado, no laço interno, o número de movimentos é estabelecido e controlado para cada parâmetro de controle.

A etapa de geração de um ponto tentativa é um estágio fundamental do método SA. Diferentes metodologias de geração fornecem diferentes versões do algoritmo. A versão usada no presente trabalho utiliza um criterioso processo de geração de novos pontos, realizada ao longo de todas as direções coordenadas de $\mathbb{R}^N$, o que torna o algoritmo de Corana e coautores [6] uns dos mais robustos e apropriados para a resolução de difíceis problemas de otimização.

Para maiores detalhes sobre as etapas do algoritmo SA, e sobre os aspectos práticos referentes à sua implementação e ao seu uso, recomendamos ao leitor o artigo de Corana et al. [6].

4.5 Análise dos Resultados e Simplificação do Modelo

O problema de estimação de parâmetros mostrado em (11) foi resolvido com o auxílio do algoritmo SA, como descrito na Seção 5.4. Para isso, foi arbitrado um domínio retangular $\Omega = [\alpha_1, \beta_1] \times [\alpha_2, \beta_2] \times \dots \times [\alpha_{13}, \beta_{13}]$ em $\mathbb{R}^{13}$, onde $\alpha_i = -300$ e $\beta_i = 300$, para todo $i = 1, \dots, 13$.

Os resultados computacionais obtidos com a metodologia descrita acima forneceram os seguintes parâmetros para a forma quadrática sugerida na Eq. (3):

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 268,250 & -39,172 & 0,11408 \\ 241,660 & -125,390 & 0,49369 \\ -0,7430 & -0,58445 & 0,00052 \end{bmatrix}, \quad (13)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 198,260 \\ 230,520 \\ -0,56484 \end{bmatrix}, \quad (14)$$

$$C = 156,669. \quad (15)$$

A estimação de parâmetro com o algoritmo SA indicou que a forma quadrática proposta na Eq. (3) é um bom modelo para os dados experimentais mostrados no Capítulo 4. De fato, o erro calculado foi surpreendentemente pequeno, dado por

$$ERRO\% = 1,31\%. \quad (16)$$

A seguir, considera-se uma análise dos resultados obtidos. Para isso, observando a matriz mostrada na Eq. (13), nota-se que a magnitude do termo $a_{33} = 0.00052$ é relativamente pequena, quando comparada com a magnitude das demais entradas de $\mathbf{A}$, sendo também um valor pequeno quando comparado com os módulos dos componentes do vetor $\mathbf{b}$ e do escalar c . Este fato permite uma diminuição do número de parâmetros não nulos, e uma consequente simplificação do modelo proposto.

Assim, no que segue, fixando-se $a_{33} = 0.0$ estimou-se novamente os demais parâmetros da forma quadrática com o algoritmo SA. Os novos resultados são mostrados abaixo:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 297,55 & -263,39 & 0,26779 \\ -173,71 & -58,70 & 0,73420 \\ -0,80848 & -0,81133 & 0,00000 \end{bmatrix}, \quad (17)$$

$$\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 262,10 \\ 262,74 \\ 0,11107 \end{bmatrix}, \quad (18)$$

$$c = -65,312, \quad (19)$$

$$ERRO\% = 2,1\%. \quad (20)$$

O fato do erro percentual ter crescido ligeiramente (veja a Eq. 20) pode levar à conclusão de que a primeira estimativa deve ser a mais desejada para a modelagem. No entanto, como se tornará claro na próxima seção, a simplificação considerada acima, que proporcionou os parâmetros descritos nas Eqs. (17)-(19), é a mais apropriada para a utilização prática. Na realidade, como será visto a seguir, essa simplificação revela que a dureza superficial do aço é uma função que varia linearmente com a temperatura de recozimento.

4.6 O Problema Inverso

Considera-se nesta seção o chamado problema inverso, cuja solução utilizará o modelo quadrático desenvolvido no presente trabalho. Assim, supondo-se conhecidos os teores de carbono e silício do aço, pretende-se, a partir do modelo proposto, estimar a temperatura de recozimento para a obtenção de uma dada dureza, previamente fixada.

No que segue, retorna-se com a notação anterior, onde a fração em peso do carbono (x_1) será denotada por $C\%$, o símbolo $Si\%$ denotará a fração em peso do silício, em vez de x_2 e T representará novamente a temperatura de recozimento, no lugar de x_3 .

Assim, substituindo-se na Eq. (3) os parâmetros mostrados nas Eqs. (17), (18) e (19), os quais foram estimados com a simplificação considerada na Seção 5.5, pode-se escrever a função dureza (Eq. 3) como segue:

$$D = 297,55 (C\%)^2 - 437,1 C\% * Si\% - 0,54069 C\% * T - 0,07713 Si\% * T - 58,7(Si\%)^2 + 262,1 C\% + 262,74 Si\% + 0,11107 T - 65,312 \quad (21)$$

Observando-se a forma final do modelo proposto, mostrada na Eq. (21), nota-se que a dureza superficial é uma função quadrática das variáveis que descrevem os teores de carbono e silício, $C\%$ e $Si\%$, mas é linear na variável T (a temperatura de recozimento). Este fato permite a imediata obtenção de uma solução analítica para o problema inverso. De fato, conhecidas as composições $C\%$ e $Si\%$ de um dado aço, a temperatura de recozimento necessária para que esse aço possua uma dada dureza D pode ser estimada (de forma única) pela fórmula:

$$T^{Calc.} = \frac{\Psi}{\Gamma}, \quad (22)$$

onde Ψ e Γ são dados por

$$\Psi = D - 297,55 (C\%)^2 + 437,1 C\% * Si\% + 58,7(Si\%)^2 - 262,1 C\% - 262,74 Si + 65,312 \quad (23)$$

$$\Gamma = 0,11107 - 0,54069 C\% - 0,07713 Si\%. \quad (24)$$

É claro que a fórmula para o cálculo da temperatura de recozimento indicada na Eq. (22) deve ser usada com critério, respeitando-se sempre os intervalos de variação dos dados experimentais contidos na matriz de experimentos (veja o Capítulo 4). A seguir, a tabela 12 mostra alguns exemplos do emprego da fórmula (22), para seis casos diferentes. As tabelas 13 e 14 mostram o erro entre os valores experimentais e teóricos da dureza e temperatura, respectivamente.

Tabela 12 - Estimativas para a temperatura de recozimento de 6 aços diferentes.

D (HRc)	%C	%Si	T ^{Calc.} (°C)
35,5	0,50	0,30	617,270
18,0	0,26	1,50	664,679
18,0	0,39	0,18	693,785
15,0	0,35	1,35	752,100
17,0	0,23	1,60	753,278
12,5	0,33	0,55	806,17

Fonte: O autor, 2012.

Tabela 13 - Cálculo do erro percentual entre os valores de dureza encontrados na equação (21) e os valores medidos apresentados nas tabelas 8 a 11.

T (°C)	%C	%Si	D _{exp}	D _{teor}	Erro% = $\frac{100 * D_{exp} - D_{teor} }{D_{exp}}$
600	0,25	1,50	37,3	33,1	11,26%
680	0,48	0,25	27,5	24,5	10,54%
720	0,40	0,25	14,8	15,8	6,76%
750	0,25	0,27	24,2	22,3	7,85%

Fonte: O autor, 2012.

Tabela 14 - Cálculo do erro percentual entre os valores de temperatura encontrados na equação (22) e os valores determinados nas tabelas 8 a 11.

D	%C	%Si	T _{exp}	T _{teor}	Erro% = $\frac{100 * T_{exp} - T_{teor} }{T_{exp}}$
14,0	0,40	0,25	750	734,5	2,07%
23,7	0,25	0,27	720	703,2	2,34%
22,5	0,25	1,50	680	673,7	0,93%
45,2	0,48	0,25	600	556,9	7,18%

Fonte: O autor, 2012.

5 CONCLUSÕES

Para a determinação de valores experimentais de dureza de aços de baixa liga tratados termicamente, criou-se um modelo matemático quadrático, cujas variáveis são os teores de carbono, de silício e a temperatura. Os parâmetros da equação foram estimados por um método de minimização global, encontrada uma função erro para prever os parâmetros da equação. Para resolver este problema de otimização foi utilizado o algoritmo *Simulated Annealing* (S.A.), que se mostrou adequado para esta finalidade, já que a função erro, em termos percentuais, mostrou-se muito pequena. Para simplificação do problema, considerou-se que a dureza é uma função variável linear da temperatura, o que embora tenha aumentado discretamente a função erro, mostrou-se mais adequada para cálculo da função inversa, ou seja, calcular a temperatura em função dos teores percentuais de carbono e silício e da dureza. Este modelo mostrou-se confiável nesta faixa de temperatura, embora também possa ser utilizado em pontos um pouco acima ou um pouco baixo desta faixa, de 680 a 750°C, demonstrando a capacidade que esta metodologia tem em prever os pontos para a aplicação prática da equação.

Comparando-se os erros na tabela 13, vê-se que o cálculo da dureza apresentou um erro razoável (até 11,26%). Surpreendentemente, o erro da função inversa (temperatura) mostrou-se pequeno (nos exemplos da tabela 14, até 7,85%), porque neste caso os pontos aplicados foram os pontos-base do experimento (base da curva que gerou a equação). Nesta última situação, o erro poderia ser bem maior, já que não foi aplicada uma estimativa de parâmetros para esta função inversa, tal como foi feita para a dureza.

6 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Para aplicações futuras, recomenda-se a continuação deste estudo para outras faixas de temperatura, como encontrar a temperatura adequada para revenimento dos materiais temperados, a fim de se obter a dureza especificada do projeto. Também é sugerido estudo de outras variáveis, como os teores de cromo e níquel, nos aços de baixa liga, que têm tanta representatividade em aplicações de solicitações mecânicas mais severas, como eixos de transmissão de máquinas hidráulicas. Pode-se também estimar os parâmetros para encontrar os coeficientes para a função inversa (temperatura).

REFERÊNCIAS

- [1] CHIAVERINI, Vicente. Aços e Ferros Fundidos. 6.ed. São Paulo: ABM, 1988.
- [2] CALLISTER JR., Willian D. Ciência e Engenharia dos Materiais: uma introdução. 7.ed. São Paulo, LTC, 2008.
- [3] GARCIA, Amauri *et al.* Ensaaios dos Materiais. São Paulo: LTC, 2000.
- [4] SPIN JR., Jaime A. Tratamentos Térmicos e Termoquímicos. São Paulo: ABM, 2002.
- [5] BARROS NETO, B. *et al.* Como Fazer Experimentos: Pesquisa e Desenvolvimento na Ciência e na Indústria. Campinas: Unicamp, 2007.
- [6] CORANA, A. *et al.* Minimizing Multimodal Functions of Continuous Variables with the *Simulated Annealing* Algorithm, 1987, sep., ACM Transactions and Mathematical Software, v. 13, n. 13, p. 262-280.
- [7] FREITAS SILVA, Léa. Predição de Pontos Críticos de Misturas Termodinâmicas: uma nova Metodologia Utilizando Otimização Global. 2005. Tese (Doutorado em Modelagem Computacional) – Programa de Pós-Graduação em Modelagem Computacional – Instituto Politécnico, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Nova Friburgo: 2005.
- [8] FREITAS SILVA, Léa. Cálculo dos Pontos Críticos de Transições de Fases de Sistemas Termodinâmicos do Tipo Multicomponente Utilizando Técnicas de Otimização. 2002. Dissertação (Mestrado em Modelagem Computacional) – Programa de Pós-Graduação em Modelagem Computacional – Instituto Politécnico, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Nova Friburgo, 2002.
- [9] PIMENTA, C. DIEGO *et al.* Planejamento de Experimentos (DOE) Aplicado no Processo de Têmpera e Revenimento de Arames de Aço SAE 9154, Janus, v. 4, n. 5, p 145-164. jan/jun, 2007.
- [10] PRATSCHKE, A *et Pellizonni*, J., Introdução à Inteligência Artificial, Projeto II, *Simulated Annealing*. Disponível em: < www.icmc.sc.usp.br/~sandra/G9_t2/annealing.html >. Acesso em: 31 mar. 2010.
- [11] HEURÍSTICAS e Meta-heurísticas em Otimização Combinatória, *Simulated Annealing*, Disponível em: < www.densis.fee.unicamp.br/~franca/EA043/Transpa-sa.pdf >. Acesso em: 31 mar. 2010.

APÊNDICES

Análises de espectrometria de emissão ótica das amostras utilizadas no experimento.

Data: 07/06/12		15:27:10		Programa: Aço Baixa liga						
Amostra: 01				Operador: Julio						
Ref. Liga: 4340				Modo de análise: Concentração padroniz						
	C %	Si %	Mn %	P %	S %	Cr %	Mo %	Ni %	Al %	Cu %
1	0.426	0.207	0.763	0.002	0.006	0.857	0.239	1.709	0.001	0.080
2	0.425	0.207	0.761	0.002	0.006	0.857	0.239	1.714	0.002	0.080
Med.	0.425	0.207	0.762	0.002	0.006	0.857	0.239	1.712	0.002	0.080
	Ti %	V %	Nb %	B %	Co %	W %	Fe %			
1	0.001	0.005	0.000	0.000	0.000	0.000	95.705			
2	0.001	0.005	0.000	0.000	0.000	0.000	95.701			
Med.	0.001	0.005	0.000	0.000	0.000	0.000	95.703			

Data: 07/06/12		14:48:50		Programa: Aço Baixa liga						
Amostra: 02				Operador: Julio						
Ref. Liga: 4340				Modo de análise:		Concentração padroniz				
	C %	Si %	Mn %	P %	S %	Cr %	Mo %	Ni %	Al %	Cu %
1	0.388	0.198	0.746	0.004	0.006	0.833	0.215	1.686	0.004	0.077
2	0.381	0.202	0.771	0.005	0.006	0.855	0.222	1.716	0.004	0.078
Med.	0.385	0.200	0.758	0.005	0.006	0.844	0.219	1.701	0.004	0.077
	Ti %	V %	Nb %	B %	Co %	W %	Fe %			
1	0.001	0.005	0.003	0.000	0.000	0.000	95.834			
2	0.001	0.006	0.005	0.000	0.000	0.000	95.748			
Med.	0.001	0.005	0.004	0.000	0.000	0.000	95.791			

Data: 07/06/12		15:18:31		Programa: Aço Baixa liga						
Amostra: 03				Operador: Julio						
Ref. Liga: 4340				Modo de análise: Concentração padroniz						
	C %	Si %	Mn %	P %	S %	Cr %	Mo %	Ni %	Al %	Cu %
1	0.387	0.202	0.765	0.000	0.005	0.876	0.234	1.685	0.000	0.080
2	0.389	0.202	0.778	0.000	0.005	0.883	0.234	1.686	0.000	0.082
3	0.393	0.203	0.774	0.000	0.005	0.884	0.237	1.688	0.000	0.082
Med.	0.390	0.202	0.772	0.000	0.005	0.881	0.235	1.686	0.000	0.081
	Ti %	V %	Nb %	B %	Co %	W %	Fe %			
1	0.000	0.004	0.000	0.000	0.000	0.000	95.762			
2	0.000	0.004	0.000	0.000	0.000	0.000	95.736			
3	0.000	0.004	0.000	0.000	0.000	0.000	95.730			
Med.	0.000	0.004	0.000	0.000	0.000	0.000	95.743			

Figura 5 - Análises das amostras 1 a 3. Fonte: O autor, 2012.

Data: 07/06/12		15:24:45		Programa: Aço Baixa liga						
Amostra: 04				Operador: Julio						
Ref. Liga: 4340				Modo de análise: Concentração padroniz						
	C %	Si %	Mn %	P %	S %	Cr %	Mo %	Ni %	Al %	Cu %
1	0.395	0.198	0.771	0.000	0.005	0.883	0.239	1.697	0.000	0.083
2	0.382	0.194	0.752	0.001	0.005	0.868	0.231	1.689	0.000	0.081
Med.	0.389	0.196	0.762	0.001	0.005	0.875	0.235	1.693	0.000	0.082
	Ti %	V %	Nb %	B %	Co %	W %	Fe %			
1	0.000	0.003	0.000	0.000	0.000	0.000	95.725			
2	0.000	0.004	0.000	0.000	0.000	0.000	95.793			
Med.	0.000	0.004	0.000	0.000	0.000	0.000	95.759			

Data: 07/06/12		14:34:50		Programa: Aço Baixa liga						
Amostra: 05				Operador: Julio						
Ref. Liga: K191				Modo de análise: Concentração padroniz						
	C %	Si %	Mn %	P %	S %	Cr %	Mo %	Ni %	Al %	Cu %
1	0.261	1.198	1.225	0.010	0.010	0.346	0.365	1.747	0.035	0.106
2	0.262	1.192	1.226	0.010	0.010	0.346	0.365	1.751	0.033	0.106
Med.	0.262	1.195	1.226	0.010	0.010	0.346	0.365	1.749	0.034	0.106
	Ti %	V %	Nb %	B %	Co %	W %	Fe %			
1	0.003	0.032	0.021	0.001	0.023	0.037	94.580			
2	0.003	0.032	0.020	0.001	0.022	0.035	94.585			
Med.	0.003	0.032	0.021	0.001	0.022	0.036	94.582			

Data: 07/06/12		14:38:52		Programa: Aço Baixa liga						
Amostra: 06				Operador: Julio						
Ref. Liga: k191				Modo de análise: Concentração padroniz						
	C %	Si %	Mn %	P %	S %	Cr %	Mo %	Ni %	Al %	Cu %
1	0.277	1.246	1.292	0.008	0.009	0.353	0.389	1.777	0.033	0.112
2	0.266	1.230	1.290	0.008	0.009	0.354	0.384	1.784	0.032	0.108
Med.	0.272	1.238	1.291	0.008	0.009	0.353	0.387	1.781	0.033	0.110
	Ti %	V %	Nb %	B %	Co %	W %	Fe %			
1	0.003	0.032	0.011	0.000	0.010	0.019	94.428			
2	0.003	0.032	0.013	0.000	0.013	0.022	94.450			
Med.	0.003	0.032	0.012	0.000	0.012	0.020	94.439			

Figura 6 - Análises das amostras 4 a 6. Fonte: O autor, 2012.

Data: 07/06/12		14:42:03		Programa: Aço Baixa liga						
Amostra: 07				Operador: Julio						
Ref. Liga: k191				Modo de análise:		Concentração padroniz				
	C %	Si %	Mn %	P %	S %	Cr %	Mo %	Ni %	Al %	Cu %
1	0.247	1.202	1.245	0.010	0.010	0.348	0.369	1.764	0.033	0.110
2	0.254	1.210	1.235	0.010	0.010	0.347	0.368	1.769	0.035	0.109
Med.	0.251	1.206	1.240	0.010	0.010	0.347	0.368	1.767	0.034	0.110
	Ti %	V %	Nb %	B %	Co %	W %	Fe %			
1	0.004	0.032	0.018	0.001	0.020	0.033	94.554			
2	0.003	0.032	0.019	0.001	0.022	0.033	94.543			
Med.	0.004	0.032	0.018	0.001	0.021	0.033	94.549			

Data: 07/06/12		14:45:16		Programa: Aço Baixa liga						
Amostra: 08				Operador: Julio						
Ref. Liga: k191				Modo de análise:		Concentração padroniz				
	C %	Si %	Mn %	P %	S %	Cr %	Mo %	Ni %	Al %	Cu %
1	0.225	1.219	1.358	0.003	0.007	0.350	0.379	1.777	0.024	0.109
2	0.224	1.226	1.375	0.003	0.007	0.354	0.386	1.787	0.024	0.109
Med.	0.225	1.223	1.367	0.003	0.007	0.352	0.383	1.782	0.024	0.109
	Ti %	V %	Nb %	B %	Co %	W %	Fe %			
1	0.002	0.028	0.000	0.000	0.000	0.000	94.519			
2	0.002	0.029	0.000	0.000	0.000	0.000	94.474			
Med.	0.002	0.029	0.000	0.000	0.000	0.000	94.496			

Data: 07/06/12		15:13:31		Programa: Aço Baixa liga						
Amostra: 09				Operador: Julio						
Ref. Liga: K0006				Modo de análise:		Concentração padroniz				
	C %	Si %	Mn %	P %	(-) S %	Cr %	Mo %	Ni %	Al %	Cu %
1	0.455	0.203	0.834	0.008	0.011	1.094	0.955	0.475	0.011	0.124
2	0.466	0.191	0.831	0.006	0.010	1.112	0.957	0.446	0.007	0.117
Med.	0.461	0.197	0.833	0.007	0.010	1.103	0.956	0.461	0.009	0.121
	Ti %	(-) V %	Nb %	B %	Co %	W %	Fe %			
1	0.001	0.110	0.000	0.000	0.000	0.000	95.719			
2	0.001	0.107	0.000	0.000	0.000	0.000	95.749			
Med.	0.001	0.109	0.000	0.000	0.000	0.000	95.734			

Figura 7 - Análises das amostras 7 a 9. Fonte: O autor, 2012.

Data: 07/06/12		13:50:31		Programa: Aço Baixa liga						
Amostra: 10				Operador: Julio						
Ref. Liga: K006				Modo de análise: Concentração padroniz						
	C %	Si %	Mn %	P %	S %	Cr %	Mo %	Ni %	Al %	Cu %
1	0.467	0.228	0.796	0.002	0.009	1.087	0.937	0.511	0.014	0.138
2	0.460	0.222	0.789	0.002	0.009	1.081	0.926	0.505	0.007	0.137
Med.	0.464	0.225	0.792	0.002	0.009	1.084	0.931	0.508	0.011	0.138
	Ti %	V %	Nb %	B %	Co %	W %	Fe %			
1	0.001	0.124	0.000	0.000	0.000	0.000	95.686			
2	0.001	0.122	0.000	0.000	0.000	0.000	95.738			
Med.	0.001	0.123	0.000	0.000	0.000	0.000	95.712			

Data: 07/06/12		14:17:34		Programa: Aço Baixa liga						
Amostra: 11				Operador: Julio						
Ref. Liga: K006				Modo de análise: Concentração padroniz						
	(+) C %	Si %	Mn %	P %	(-) S %	Cr %	Mo %	Ni %	Al %	Cu %
1	0.499	0.223	0.728	0.012	0.014	1.036	0.934	0.496	0.018	0.123
2	0.509	0.225	0.709	0.012	0.014	1.014	0.907	0.487	0.022	0.123
Med.	0.504	0.224	0.718	0.012	0.014	1.025	0.921	0.491	0.020	0.123
	Ti %	(-) V %	Nb %	B %	Co %	W %	Fe %			
1	0.002	0.110	0.012	0.001	0.010	0.016	95.765			
2	0.002	0.107	0.011	0.001	0.008	0.014	95.835			
Med.	0.002	0.109	0.012	0.001	0.009	0.015	95.800			

Data: 07/06/12		13:54:55		Programa: Aço Baixa liga						
Amostra: 12				Operador: Julio						
Ref. Liga: K0006				Modo de análise: Concentração padroniz						
	C %	Si %	Mn %	P %	(-) S %	Cr %	Mo %	Ni %	Al %	Cu %
1	0.471	0.212	0.770	0.002	0.008	1.059	0.911	0.500	0.007	0.134
2	0.460	0.211	0.765	0.002	0.008	1.054	0.901	0.501	0.007	0.134
Med.	0.466	0.211	0.768	0.002	0.008	1.057	0.906	0.500	0.007	0.134
	Ti %	V %	Nb %	B %	Co %	W %	Fe %			
1	0.001	0.118	0.000	0.000	0.000	0.000	95.808			
2	0.001	0.117	0.000	0.000	0.000	0.000	95.838			
Med.	0.001	0.117	0.000	0.000	0.000	0.000	95.823			

Figura 8 - Análises das amostras 10 a 12. Fonte: O autor, 2012.

Data: 07/06/12 13:45:23 Programa: Aço Baixa liga
 Amostra: 13 Operador: Julio
 Ref. Liga: 5HS64 Modo de análise: Concentração padroniz

	C %	Si %	Mn %	P %	(-) S %	Cr %	Mo %	Ni %	Al %	Cu %
1	0.250	0.279	0.690	0.001	0.014	1.351	0.255	2.982	0.016	0.093
2	0.254	0.288	0.697	0.002	0.013	1.359	0.262	2.992	0.018	0.095
Med.	0.252	0.283	0.694	0.002	0.014	1.355	0.259	2.987	0.017	0.094

	Ti %	V %	Nb %	B %	Co %	W %	Fe %
1	0.001	0.007	0.000	0.000	0.022	0.000	94.041
2	0.002	0.008	0.000	0.000	0.027	0.000	93.983
Med.	0.002	0.007	0.000	0.000	0.025	0.000	94.012

Data: 07/06/12 13:36:17 Programa: Aço Baixa liga
 Amostra: 14 Operador: Julio
 Ref. Liga: 5HS64 Modo de análise: Concentração padroniz

	C %	Si %	Mn %	P %	S %	Cr %	Mo %	Ni %	Al %	Cu %
1	0.264	0.252	0.637	0.015	0.018	1.288	0.256	2.999	0.027	0.080
2	0.264	0.247	0.616	0.015	0.018	1.261	0.249	2.969	0.027	0.080
Med.	0.264	0.250	0.627	0.015	0.018	1.275	0.253	2.984	0.027	0.080

	Ti %	V %	Nb %	B %	Co %	W %	Fe %
1	0.003	0.012	0.022	0.001	0.071	0.042	94.012
2	0.003	0.012	0.021	0.001	0.068	0.042	94.105
Med.	0.003	0.012	0.021	0.001	0.070	0.042	94.059

Data: 07/06/12 13:22:01 Programa: Aço Baixa liga
 Amostra: 15 Operador: Julio
 Ref. Liga: 5HS64 Modo de análise: Concentração padroniz

	C %	Si %	Mn %	P %	(-) S %	Cr %	Mo %	Ni %	Al %	Cu %
1	0.252	0.252	0.595	0.001	0.013	1.253	0.230	2.992	0.011	0.079
Med.	0.252	0.252	0.595	0.001	0.013	1.253	0.230	2.992	0.011	0.079

	Ti %	V %	Nb %	B %	Co %	W %	Fe %
1	0.001	0.004	0.000	0.000	0.003	0.000	94.313
Med.	0.001	0.004	0.000	0.000	0.003	0.000	94.313

Figura 9 - Análises das amostras 13 a 15. Fonte: O autor, 2012.

Data:	07/06/12	13:41:35	Programa:	Aço Baixa liga
Amostra:	16		Operador:	Julio
Ref. Liga:	5HS64		Modo de análise:	Concentração padroniz

	C %	Si %	Mn %	P %	(-) S %	Cr %	Mo %	Ni %	Al %	Cu %
1	0.247	0.287	0.699	0.001	0.014	1.400	0.266	2.997	0.017	0.096
2	0.243	0.291	0.689	0.000	0.013	1.385	0.262	2.955	0.017	0.101
Med.	0.245	0.289	0.694	0.001	0.014	1.393	0.264	2.976	0.017	0.099

	Ti %	V %	Nb %	B %	Co %	W %	Fe %
1	0.002	0.008	0.000	0.000	0.024	0.000	93.942
2	0.002	0.008	0.000	0.000	0.023	0.000	94.012
Med.	0.002	0.008	0.000	0.000	0.024	0.000	93.977

Figura 10 - Análise da amostra 16. Fonte: O autor, 2012.